基于拓扑一致参数模型的多基站协作通感一体化波束赋形设计

张大龙[1]，刘稼祥[2]，唐志青[1]，郝万明[2]，麻荣宽[3]
（1. 郑州大学网络空间安全学院，河南 郑州，450002；2. 郑州大学电气与信息工程学院，河南 郑州，450001；3. 信息工程大学，河南 郑州，450000）

摘　要：针对多基站协作通感一体化系统的待估计参数维度随基站数量激增和多视角观测引发的数据关联错位问题，提出了一种拓扑一致性的多基站协作参数化散射模型。该模型中感知基站通过目标反射的各发射基站的信号，分别确定目标的中心角，创新的融合多视角观测几何一致性约束，共享感知目标的角度拓扑参数，并证明了其 Fisher 信息矩阵具有累积效应。为实现高精度感知与高速率通信，建立联合波束成形设计，并利用 Schur 补引理、半定松弛技术和高斯随机化方法等数学技巧求解所建复杂非凸优化问题。针对感知目标中心角未知场景，设计了低复杂度分层搜索算法，在少数测量下即可实现目标定位且感知性能接近理论界。仿真结果表明，所提模型相比传统离散散射模型和单基站模型具有更低的克拉美罗界，并验证了所提分层搜索算法的有效性。

关键词：通感一体化；参数化散射模型；多基站协作；波束赋形；分层搜索中图分类号：TN915.08
文献标志码：A
doi：10.11959/j.issn.2096−3750.

Beamforming Design for Cooperative Multi-Base-Station Integrated Sensing and Communication Based on a Topologically Consistent Parameter Model

ZHANG Dalong[1], LIU Jiaxiang[2], TANG Zhiqing[1], HAO Wanming[2], MA Rongkuan[3]
1. School of Cyberspace Security, Zhengzhou University, Zhengzhou 450002, China
2. School of Electrical and Information Engineering, Zhengzhou University, Zhengzhou 450001, China
3. Information Engineering University, Zhengzhou 450000, China

Abstract: To address parameter-dimension explosion and data association misalignment caused by multi-view observations in multi-base-station cooperative integrated sensing and communication (ISAC) systems, a topologically consistent cooperative parametric scattering model is proposed. In this model, the sensing base station receives target-reflected signals from multiple transmitting base stations to estimate the target central angles, while a shared angular topological parameter is introduced to enforce multi-view geometric consistency. The cumulative effect of the corresponding Fisher information matrix is theoretically proved. To achieve high-accuracy sensing and high-rate communication, a joint beamforming optimization problem is formulated and solved using the Schur complement lemma, semidefinite relaxation, and Gaussian randomization. For the scenario with unknown target central angles, a low-complexity hierarchical search algorithm is designed, enabling target localization with few measurements and sensing performance close to the theoretical bound. Simulation results show that the proposed model achieves lower Cramér-Rao bounds than conventional discrete scattering and single-base-station models, and verifies the effectiveness of the hierarchical search algorithm.

Key words: ISAC, Parametric Scattering Model, Multi-Base Station Cooperation, Beamforming, Hierarchical Search

收稿日期：2022−06−07；**修回日期：**2022−08−04
通信作者：唐志青，iezqtang@zzu.edu.cn
基金项目：国家自然科学基金资助项目(NO.U22A2001)
Foundation Items: The National Natural Science Foundation of China (U22A2001)

0 引言

通感一体化（ISAC, Integrated Sensing And Communication）被认为是6G移动通信系统的关键技术[1]。该技术打破了传统通信系统与雷达感知系统相互独立的架构限制[2-3]，能够提升频谱与硬件资源利用率，促进通信服务与环境感知之间的深度协同，并在智能交通、低空网络、数字孪生和工业互联网等场景中产生重要应用价值[4]。

在ISAC系统设计中，波束赋形是协调通信服务质量与感知精度的关键技术。已有研究多集中于单基站ISAC架构，通过联合设计通信波束与感知波束，在满足通信约束的同时提升目标检测或参数估计性能[5-8]。然而，单基站系统受限于物理孔径尺寸、发射功率以及视距链路遮挡等因素[9]，难以在复杂环境中稳定获得高精度、全覆盖的感知性能。为扩展感知覆盖范围并提高检测概率，多基站协作感知利用多个节点的空间分布特性[10]，通过对目标进行多视角观测获取空间分集增益，已成为当前研究热点[11-12]。针对多基站场景，文献[13]探讨了基于多基站协作的感知网络架构，文献[14]分析了ISAC系统中的克拉美罗界与通信速率权衡关系，为通信约束下的感知性能优化提供了重要理论基础。在MIMO-ISAC系统中，通信与感知共享同一频谱与硬件资源，二者之间的相互干扰成为制约系统性能的关键因素，已有研究从收发机联合设计出发，通过联合优化发射波束与接收处理实现干扰管理[15]。

上述研究为多基站ISAC波束赋形设计奠定了基础，但多数工作仍建立在点目标假设之上。随着毫米波、太赫兹等高频通信技术的发展，车辆、无人机等典型感知目标的物理尺寸相对于信号波长不再可以忽略，其回波往往呈现明显的空间扩展特性。若继续采用点目标模型，将难以准确描述目标在不同基站观测视角下的角度分布与散射结构，从而影响感知克拉美罗界推导、波束覆盖设计以及系统性能评估的准确性。因此，如何在多基站协作ISAC中建立兼具物理可解释性、低维参数化和多视角一致性的扩展目标模型，成为亟待解决的问题。

针对扩展目标建模，现有研究主要采用两类方法。第一类是非结构化信道模型（UCM, Unstructured Channel Model）。文献[16]在智能反射面辅助系统中，将扩展目标的整体信道响应矩阵作为非结构化待估计参数，并构建了以最小化感知克拉美罗界为目标的波束优化框架。该方法无需预设目标散射结构，具有较强的一般性，但其将目标等效为缺乏物理先验约束的整体信道响应，忽略了目标的角度扩展特征，导致系统在多视角观测下难以有效提取并利用物理空间中的几何分集增益。第二类是离散散射模型（DSM, Discrete Scattering Model）。该模型将扩展目标建模为多个独立散射点的集合，在单站ISAC系统中得到了应用[17]。然而，当DSM推广至多基站协作感知场景时，将面临两个突出问题：一方面，待估计参数维度随散射点数量与基站数量的乘积增长，容易导致Fisher信息矩阵病态[18]，使系统难以充分兑现多基站联合观测带来的感知增益；另一方面，多视角对独立散射点的观测会引发数据关联错位问题，文献[19]指出无标识散射点的错配容易产生大量虚警目标。

相比之下，参数化散射模型（PSM, Parametric Scattering Model）摒弃了将目标碎片化建模的思路，转而通过中心角度和角度扩展等少量宏观参数描述目标在特定视角下的局部空间扩展特性[20]。文献[21]在单基站ISAC系统中验证了PSM能够有效规避高维参数估计问题，并在波束赋形设计中展现出良好性能。然而，现有PSM主要面向单基站场景，尚未有效推广至多基站协作感知。若在多基站网络中直接对每个观测视角独立应用PSM，则每个基站均需估计独立的角度扩展参数。这不仅造成自由度冗余，也忽略了目标自身物理尺寸在不同观测视角下保持一致这一基本事实。

针对上述问题，本文提出拓扑一致性的参数化散射模型（TC-PSM, Topologically Consistent-Parametric Scattering Model）。该模型在多基站观测方程中共享统一的角度拓扑参数，并结合基站与目标之间的空间距离刻画不同观测视角下的局部角度扩展，从而在多视角观测之间建立几何一致性约束。与传统DSM相比，所提模型能够降低待估计参数维度；与直接多站扩展的PSM相比，所提模型避免了各基站独立估计角度扩展所造成的参数冗余，并能更合理地描述扩展目标在多基站协作感知中的物理一致性。基于该模型，本文进一步研究通信约束下的协作波束赋形设计以及目标先验未知场

景下的低开销搜索问题[22]。

1　系统模型

本文考虑一个多基站协作的ISAC系统。如图1所示，系统包含N个发射基站，以及一个专用的协作感知接收基站[23]。每个发射基站配备M_{t}根均匀线性阵列（uniform linear array, ULA）天线，接收基站配备M_{r}根ULA天线。第$n(\forall n=1,\cdots,N)$个发射基站的发射导向矢量可以表示为：

$$\boldsymbol{a}_{\mathrm{t}}(\theta^n)=\frac{1}{\sqrt{M_{\mathrm{t}}}}\left[1,\mathrm{e}^{\mathrm{j}\pi\sin(\theta^n)},\cdots,\mathrm{e}^{\mathrm{j}\pi(M_{\mathrm{t}}-1)\sin(\theta^n)}\right] \tag{1}$$

其中，θ^n表示第n个发射基站对于目标的发射角。令ϕ表示目标到接收基站的到达角，则协作感知接收基站的接收导向矢量为:

$$\boldsymbol{a}_{\mathrm{r}}(\phi)=\frac{1}{\sqrt{M_{\mathrm{r}}}}\left[1,\mathrm{e}^{\mathrm{j}\pi\sin(\phi)},\cdots,\mathrm{e}^{\mathrm{j}\pi(M_{\mathrm{r}}-1)\sin(\phi)}\right]^{\mathrm{T}} \tag{2}$$

该系统同时服务K个单天线通信用户，且同时对感知目标进行协作感知，假设所有基站通过回程链路与云端中央处理器相连接，并且假设基站之间已经实现了完美的同步。在离散时间$l(\forall l=1,\cdots,L)$时刻，第n个基站发射的基带信号$\boldsymbol{x}_n(l)\in\mathbb{C}^{M_{\mathrm{t}}\times 1}$可表示为所有通信用户数据流与专用感知探测信号的线性叠加：

$$\boldsymbol{x}_n(l)=\sum_{k=1}^{K}\boldsymbol{w}_{n,k}\boldsymbol{s}_k(l)+\boldsymbol{W}_{\mathrm{o},n}\boldsymbol{s}_{\mathrm{o}}(l) \tag{3}$$

其中，$\boldsymbol{w}_{n,k}\in\mathbb{C}^{M_{\mathrm{t}}\times 1}$为基站$n$指向用户$k(\forall k=1,\cdots,K)$的通信波束赋形向量；$\boldsymbol{W}_{\mathrm{o},n}\in\mathbb{C}^{M_{\mathrm{t}}\times M_{\mathrm{t}}}$为专用的感知探测波束赋形矩阵。令$\boldsymbol{W}_{\mathrm{c},n}=\left[\boldsymbol{w}_{n,1},\boldsymbol{w}_{n,2},\cdots,\boldsymbol{w}_{n,K}\right]\in\mathbb{C}^{M_{\mathrm{t}}\times K}$,则基站$n$的总波束赋形矩阵为$\boldsymbol{W}_n=\left[\boldsymbol{W}_{\mathrm{c},n},\boldsymbol{W}_{\mathrm{o},n}\right]\in\mathbb{C}^{M_{\mathrm{t}}\times(K+M_{\mathrm{t}})}$。$\boldsymbol{s}_k(l)$和$\boldsymbol{s}_0(l)$分别表示通信信号和感知信号，令$\boldsymbol{s}_c(l)=\left[\boldsymbol{s}_1(l),\boldsymbol{s}_2(l),\cdots,\boldsymbol{s}_K(l)\right]\in\mathbb{C}^{K\times 1}$,构建增广信号向量$\boldsymbol{S}(l)\in\mathbb{C}^{(K+M_{\mathrm{t}})\times 1}$表示为$\begin{matrix}\boldsymbol{S}(l)=[\boldsymbol{s}_c(l)\\ \boldsymbol{s}_o(l)]\end{matrix}$，则发射信号为$\boldsymbol{X}_n=\boldsymbol{W}_n\boldsymbol{S}(l)$。当快拍数$L$足够大（$L\gg K+1$）时感知信号满足正交性条件[24]：

$$\frac{1}{L}\sum_{l=1}^{L}\boldsymbol{s}_{\mathrm{o}}(l)\boldsymbol{s}_{\mathrm{o}}^{\mathrm{H}}(l)=\boldsymbol{I}_{M_{\mathrm{t}}} \tag{4}$$

基于此，基站n发射信号的协方差矩阵$\boldsymbol{R}_n\in\mathbb{C}^{M_{\mathrm{t}}\times M_{\mathrm{t}}}$可表示为：$\boldsymbol{R}_n=\frac{1}{L}\boldsymbol{X}_n\boldsymbol{X}_n^{\mathrm{H}}=\boldsymbol{W}_n\left(\frac{1}{L}\boldsymbol{S}\boldsymbol{S}^{\mathrm{H}}\right)\boldsymbol{W}_n^{\mathrm{H}}\approx\boldsymbol{W}_n\boldsymbol{W}_n^{\mathrm{H}}$

(5)

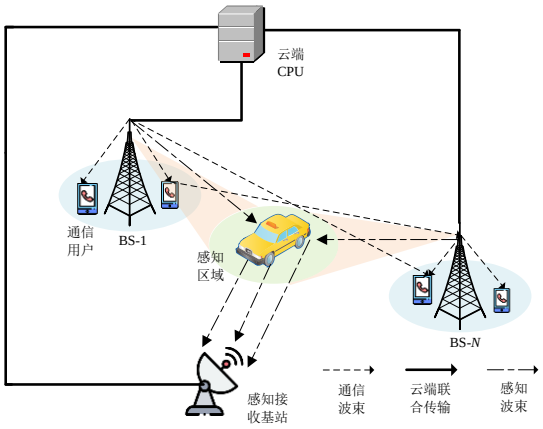


图1　协作ISAC系统

各基站需满足最大发射功率约束：

$$\mathrm{Tr}(\boldsymbol{R}_n)=\|\boldsymbol{W}_n\|_{\mathrm{F}}^2\leqslant P_{\max},\forall n\in N \tag{6}$$

1.1　通信模型

通信用户k接收到的信号不仅包含所需的有用信号，还受到来自所有基站的波束间干扰以及雷达信号引起的感知干扰。为简化表示，下文省略离散时间索引。假设基站n到用户k的信道$\boldsymbol{h}_{n,k}\in\mathbb{C}^{M_{\mathrm{t}}\times 1}$服从莱斯（Rician）衰落：

$$\boldsymbol{h}_{n,k}=\sqrt{\frac{\rho_0}{r_{n,k}^{\alpha}}}\sqrt{\frac{\kappa}{1+\kappa}}\boldsymbol{h}_{n,k}^{\mathrm{LoS}}+\sqrt{\frac{1}{1+\kappa}}\boldsymbol{h}_{n,k}^{\mathrm{NLoS}} \tag{7}$$

其中，ρ_0表示参考路径损耗，$r_{n,k}$为基站n到目标k的距离,α为路径损耗指数，κ为Rician因子。$\boldsymbol{h}_{n,k}^{\mathrm{LoS}}$表示基站$n$与用户$k$之间的视距传播分量；$\boldsymbol{h}_{n,k}^{\mathrm{NLoS}}$表示由环境散射、反射和绕射引起的非视距多径分量，本文将其视为零均值随机散射项，并假设其与视距分量统计独立。因此，用户k接收信号模型可表示为：

$$\boldsymbol{y}_k=\sum_{n=1}^{N}\boldsymbol{h}_{n,k}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{w}_{n,k}\boldsymbol{s}_k+\sum_{j\neq k}^{K}\sum_{n=1}^{N}\boldsymbol{h}_{n,k}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{w}_{n,j}\boldsymbol{s}_j+\sum_{n=1}^{N}\boldsymbol{h}_{n,k}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{x}_{\mathrm{r},n}+\boldsymbol{z}_k \tag{8}$$

其中，$\boldsymbol{x}_{\mathrm{r},n}=\boldsymbol{W}_{\mathrm{o},n}\boldsymbol{s}_{\mathrm{o}}$，$\boldsymbol{z}_k$是均值为零方差为$\sigma_k^2$的复加性白高斯噪声，即$\boldsymbol{z}_k\sim\mathcal{CN}(0,\sigma_k^2)$。基于上述信号模型，第$k$个用户处的信干噪比（signal to interference plus noise ratio, SINR）为：

$$\mathrm{SINR}_k=\frac{\left\|\sum_{n=1}^{N}\boldsymbol{h}_{n,k}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{w}_{n,k}\right\|_{\mathrm{F}}^2}{\sum_{j\neq k}^{K}\left\|\sum_{n=1}^{N}\boldsymbol{h}_{n,k}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{w}_{n,j}\right\|_{\mathrm{F}}^2+\sum_{n=1}^{N}\left\|\boldsymbol{h}_{n,k}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{W}_{\mathrm{o},n}\right\|_{\mathrm{F}}^2+\sigma_k^2} \tag{9}$$

相应地，第k个用户的速率为$\bar{R}_k=\log_2(1+\mathrm{SINR}_k)$。

1.2 感知模型

对于感知区域内存在的感知目标，假设在其固有的物理尺寸内等效分布着T个主要的各向同性散射中心。在任意协作基站的观测视角下，目标的有效感知回波均被建模为由这T个散射中心的反射信号叠加而成。定义$\boldsymbol{G}_n \in \mathbb{C}^{M_{\mathrm{r}} \times M_{\mathrm{t}}}$为从第$n$个发射基站经目标反射至协作接收站的目标响应矩阵：

$$\boldsymbol{G}_n = \sum_{t=1}^{T} \alpha_{n,t} \boldsymbol{a}_{\mathrm{r}}(\phi_t) \boldsymbol{a}_{\mathrm{t}}^{\mathrm{H}}(\theta_{n,t}) \tag{10}$$

其中$\alpha_{t,n}$为第$t(\forall t = 1,2,\cdots,T)$个散射体在第$n$条链路上的复散射系数，$\phi_t$为其至接收基站的到达角，$\theta_{n,t}$为其相对于发射基站$n$的发射角。

在代数拓扑与现代信号处理框架中，同胚定义了不同拓扑空间之间的一一连续映射关系[25]。它指出，空间或流形在经历连续形变时，其内部固有的某些几何或代数性质能够超越局部噪声和微小形变保持恒定，这些在连续映射下不发生改变的全局属性被称为拓扑不变量[26-27]。在多基站协作通感一体化系统中，由于各基站的空间分布差异，雷达回波信号获取的观测投影存在视角差异。但从多视角投影与坐标变换的角度来看，这些观测空间之间的转换在数学本质上可建模为刚体流形之间的连续同胚映射。对于刚性扩展目标，其在各个基站端呈现的角度扩展因空间距离和视角的改变而改变，但其固有的空间物理尺寸作为内在的几何属性，在这些连续的映射下表现出拓扑一致性[28]。基于此，本文所称的拓扑一致性主要指散射中心归一化后的相对结构在多基站观测之间保持一致，而不是指各基站观测到完全相同的角度扩展。因此，第t个散射体相对于基站n的发射角$\theta_{n,t}$可分解为：

$$\theta_{n,t} = \bar{\theta}_n + \psi_t \frac{\Delta}{d_n}, \forall n \in N, \forall t \in \{1,\cdots,T\} \tag{11}$$

其中，$\bar{\theta}_n$表示目标几何中心相对于第n个基站的方位角；共享角度拓扑参数Δ表示目标的角度扩展；d_n为第n个发射基站到目标中心的距离；ψ_t为归一化参数函数，描述第t个散射体在目标轮廓内的相对位置分布，归一化范围为$[-1/2,1/2]$，由目标散射支撑的先验几何分布给定，是已知的确定性支撑参数，不参与参数估计。相应地，式（11）中待估的参数为各基站中心角$\bar{\theta}_n$、共享角度拓扑参数Δ。通过引入拓扑一致性约束，将待估计的角度参数集从$\xi_{\mathrm{DSM}} = \{\theta_{1,1},\cdots,\theta_{N,T}\}$缩减为$\xi_{\mathrm{PSM}} = \{\bar{\theta}_1,\cdots,\bar{\theta}_N,\Delta\}$。在DSM中，参数数量为$N \times T$，而在PSM中，参数数量简化为$N+1$，因此，TC-PSM的理论区别不仅是参数数量减少，更在于通过共享物理尺寸参数和归一化散射支撑建立了跨基站的几何一致性约束。

为了在后续实验中公平地对比传统离散散射模型与本文提出的TC-PSM模型在目标角度估计上的性能下界，本文引入了基于雅可比矩阵的参数空间等价变换。因此，DSM参数映射到本文模型参数空间的雅可比矩阵为：

$$\boldsymbol{J} = \frac{\partial \boldsymbol{\xi}_{\mathrm{DSM}}}{\partial \boldsymbol{\xi}_{\mathrm{PSM}}^{\mathrm{T}}} \in \mathbb{R}^{\boldsymbol{NT} \times (\boldsymbol{N}+1)} \tag{12}$$

其非零元素为$\frac{\partial \theta_{n,t}}{\partial \theta_n} = 1, \frac{\partial \theta_{n,t}}{\partial \Delta} = \frac{\psi_t}{d_n}$。设$\boldsymbol{F}_{\mathrm{DSM}}^{\mathrm{eff}}$为消除复散射系数影响后的DSM有效Fisher信息矩阵，则其在本文模型参数空间中的等效Fisher信息矩阵为

$$\boldsymbol{F}_{\mathrm{DSM,eq}} = \boldsymbol{J}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{F}_{\mathrm{DSM}}^{\mathrm{eff}} \boldsymbol{J}. \tag{13}$$

由于$\boldsymbol{J}$一般不是方阵，因此不要求其具有普通意义下的逆矩阵，只需满足满列秩条件。当$d_n > 0$且存在两个不同的ψ_t时，由$\boldsymbol{Jx} = 0$可推出$x_n + \psi_t x_{N+1}/d_n = 0$；对不同$\psi_t$作差可得$x_{N+1} = 0$，进而$x_n = 0$，故$\boldsymbol{J}$满列秩。当复散射系数对应的Fisher信息子矩阵可逆，且$\boldsymbol{F}_{\mathrm{DSM}}^{\mathrm{eff}}$在$\boldsymbol{J}$的列空间上正定时，$\boldsymbol{F}_{\mathrm{DSM,eq}}$正定并可逆，其逆矩阵可用于计算统一参数空间下的CRB。

由式(11)可知，共享拓扑参数Δ通过距离归一化刻画扩展目标在不同基站视角下的角度扩展，其取值决定了目标散射点在角度域内的分布范围。较小的Δ使散射点分布更集中，有利于用较少波束实现能量覆盖，但会降低不同散射点的空间可分性；较大的Δ则增强了空间分辨能力，但也可能导致部分散射点偏离波束主瓣，从而引起覆盖损失。因此，Δ本质上体现了空间可分性与波束能量覆盖度之间的折中。为进一步刻画该折中关系，定义波束覆盖效率为目标各散射点接收有效功率与波束中心峰值功率之比的加权平均，即：

$$\gamma = \frac{\sum_{t=1}^{T} \left| \alpha_{n,t} \right|^2 \cdot \boldsymbol{g}_t}{\sum_{t=1}^{T} \left| \alpha_{n,t} \right|^2} \tag{14}$$

其中，$\boldsymbol{g}_t$为第t个散射点的归一化增益，其公式为：

$$\boldsymbol{g}_t = \frac{\left\| \boldsymbol{w}_{\text{center}}^{\text{H}} \cdot \boldsymbol{a}_{\text{combined}}(t) \right\|_{\text{F}}^2}{\left\| \boldsymbol{w}_{\text{center}}^{\text{H}} \cdot \boldsymbol{a}_{\text{center}} \right\|_{\text{F}}^2} \tag{15}$$

其中，第t个散射点的联合导向矢量为$\boldsymbol{a}_{\text{combined}}(t) = \left[\boldsymbol{a}_t^{\text{T}}(\theta_{1,t}), \boldsymbol{a}_t^{\text{T}}(\theta_{2,t}), \cdots, \boldsymbol{a}_t^{\text{T}}(\theta_{N,t})\right]^{\text{T}}$为，$\boldsymbol{a}_{\text{center}} = \left[\boldsymbol{a}_t^{\text{T}}(\bar{\theta}_1), \boldsymbol{a}_t^{\text{T}}(\bar{\theta}_2), \cdots, \boldsymbol{a}_t^{\text{T}}(\bar{\theta}_N)\right]^{\text{T}}$为中心导向矢量，$\boldsymbol{w}_{\text{center}}$为指向目标几何中心的归一化波束赋形向量，用于表征感知波束在目标中心方向上的峰值增益，其表达式为：

$$\boldsymbol{w}_{\text{center}} = \frac{\boldsymbol{a}_{\text{center}}}{\left\| \boldsymbol{a}_{\text{center}} \right\|_{\text{F}}^2} \tag{16}$$

式(15)中的分母为中心波束在目标几何中心方向上的参考增益，分子为该中心波束在第t个散射点方向上的实际增益，因此$\boldsymbol{g}_t$可用于刻画该散射点相对于目标中心方向的波束覆盖程度。

协作接收站同步采集来自所有N个发射基站的回波信号。在去除视距直达波及已知的通信信号自干扰后[17]，接收站收集到的基带回波信号矩阵$\boldsymbol{Y}_{\text{s}} \in \mathbb{C}^{M_{\text{r}} \times L}$可表示为：

$$\boldsymbol{Y}_{\text{s}} = \sum_{n=1}^{N} \boldsymbol{G}_n \boldsymbol{X}_n + \boldsymbol{Z}_{\text{s}} = \sum_{n=1}^{N} \boldsymbol{G}_n \boldsymbol{W}_n \boldsymbol{S} + \boldsymbol{Z}_{\text{s}} \tag{17}$$

其中，$\boldsymbol{Z}_{\text{s}} \in \mathbb{C}^{M_{\text{r}} \times L}$为接收处的加性高斯白噪声矩阵。为便于后续分析，将接收信号重写为向量形式：

$$\boldsymbol{y}_{\text{s}} = \text{vec}(\boldsymbol{Y}_{\text{s}}) = \boldsymbol{\mu}(\xi) + \boldsymbol{z}_{\text{s}} \tag{18}$$

其中，$\boldsymbol{z}_{\text{s}} = \text{vec}(\boldsymbol{Z}_{\text{s}})$，接收信号向量$\boldsymbol{\mu}(\xi)$定义为：

$$\boldsymbol{\mu}(\xi) = \sum_{n=1}^{N} \text{vec}(\boldsymbol{G}_n \boldsymbol{X}_n) = \sum_{n=1}^{N} \left[(\boldsymbol{W}_n \boldsymbol{S})^{\text{T}} \otimes \boldsymbol{I}_{M_{\text{r}}}\right] \boldsymbol{g}_n(\xi) \tag{19}$$

此处，$\otimes$表示克罗内克积，$\boldsymbol{g}_n(\xi) = \text{vec}(\boldsymbol{G}_n)$为向量化的目标信道响应。令$\boldsymbol{F}$表示用于估计参数集$\xi$的FIM，其第$(ij)$个元素由下式给出：

$$[\boldsymbol{F}]_{i,j} = \frac{2}{\sigma_{\text{s}}^2} R\left\{ \text{Tr}\left(\frac{\partial \boldsymbol{\mu}^{\text{H}}}{\partial \xi_i} \frac{\partial \boldsymbol{\mu}}{\partial \xi_j} \right) \right\} \tag{20}$$

1.3　拓扑信息积累

对于前文推导出的FIM，本文旨在关注感知目标的角度信息，因此重新定义未知参数向量集$\eta \in \mathbb{R}^{N+2TN+1}$：

$$\eta = \left[\xi_{\text{PSM}}^{\text{T}}, \Re\{\alpha_{n,t}\}^{\text{T}}, \Im\{\alpha_{n,t}\}^{\text{T}} \right]^{\text{T}} \tag{21}$$

其中ξ_{PSM}为感兴趣的角度参数集；$\Re\{\alpha_{n,t}\}$和$\Im\{\alpha_{n,t}\}$为感知目标第t个散射点复散射系数的实部和虚部。根据公式（17）的定义$\boldsymbol{F} \in \mathbb{R}^{(N+2TN+1)\times(N+2TN+1)}$可分块表示为：

$$\boldsymbol{F} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{F}_{\theta\theta} & \boldsymbol{F}_{\theta\alpha} \\ \boldsymbol{F}_{\theta\alpha}^{\text{T}} & \boldsymbol{F}_{\alpha\alpha} \end{bmatrix} \tag{22}$$

其中，$\boldsymbol{F}_{\theta\theta} \in \mathbb{R}^{(N+1)\times(N+1)}$为角度参数自相关矩阵；$\boldsymbol{F}_{\alpha\alpha} \in \mathbb{R}^{2TN\times 2TN}$为散射系数的自相关矩阵；$\boldsymbol{F}_{\theta\alpha} \in \mathbb{R}^{2TN\times(N+1)}$为角度参数与散射系数之间的互信息矩阵。本文采用通信－感知分量分解的多基站发射模型，对于通信方面，多个基站在中央处理器协调下对同一用户联合传输[29]；对于感知方面，各基站发射专用探测波形，以便在接收端实现多视角回波分离与信息融合。基于此，通信侧采用全局联合信道与全局协方差建模，而感知侧保留局部探测协方差矩阵表示[30]，从而在同一优化框架下同时刻画多基站通信协作与多站感知可分离性。因此，总对数似然函数$\mathcal{L}(\boldsymbol{y}_{\text{s}}; \eta)$可在数学上自然解耦为各独立空间链路似然函数之和：

$$\mathcal{L}(\boldsymbol{y}_{\text{s}}; \eta) \propto -|\boldsymbol{y}_s - \boldsymbol{\mu}|^2 = -\sum_{n=1}^{N} |\boldsymbol{y}_{\text{s},n} - \boldsymbol{\mu}_n|^2 \tag{23}$$

其中，$\boldsymbol{y}_{\text{s},n}$是第$n$个基站的观测分量；$\boldsymbol{\mu}_n$为接受基站收到的来自第$n$个发射基站的回波信号。为了量化协作网络对目标几何特征的感知性能，需要计算关于标量共享参数Δ的Fisher信息量。根据定义，关于Δ的总信息量$\boldsymbol{J}_{\Delta}$可展开为：

$$\boldsymbol{J}_{\Delta} = \text{E}\left[\left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \Delta} \right)^2 \right] = \frac{2}{\sigma_{\text{s}}^2} \text{Re}\left\{ \left(\frac{\partial \boldsymbol{\mu}}{\partial \Delta} \right)^{\text{H}} \left(\frac{\partial \boldsymbol{\mu}}{\partial \Delta} \right) \right\} \tag{24}$$

将信号叠加公式$\boldsymbol{\mu} = \sum_{n=1}^{N} \boldsymbol{\mu}_n$代入偏导数项,上式可化简为：

$$\boldsymbol{J}_{\Delta} = \frac{2}{\sigma_{\text{s}}^2} \sum_{n=1}^{N} \text{Re}\left\{ \left(\frac{\partial \boldsymbol{\mu}_n}{\partial \Delta} \right)^{\text{H}} \left(\frac{\partial \boldsymbol{\mu}_n}{\partial \Delta} \right) \right\} = \sum_{n=1}^{N} \boldsymbol{J}_{\Delta,n} \tag{25}$$

对于单链路信息量$\boldsymbol{J}_{\Delta,n}$，根据公式(19)及单链路回波信号$\boldsymbol{\mu}_n$，代入后得：

$$\boldsymbol{J}_{\Delta,n} = \frac{2}{\sigma_{\text{s}}^2} \text{Re}\left\{ \text{Tr}\left(\boldsymbol{X}_n^{\text{H}} \dot{\boldsymbol{G}}_{\Delta,n}^{\text{H}} \dot{\boldsymbol{G}}_{\Delta,n} \boldsymbol{X}_n \right) \right\} \tag{26}$$

其中$\dot{\boldsymbol{G}}_{\Delta,n} = \sum_{t=1}^{T} \alpha_{n,t} \frac{\psi_t}{d_n} \boldsymbol{a}_{\text{r}} \dot{\boldsymbol{a}}_{\text{t}}^{\text{H}}$，$\dot{\boldsymbol{a}}_{\text{t}}$表示发射导向矢量关于角度的导数。由于$\Delta$是所有链路共享的参数，每个基站的观测都贡献了一个非负的$\boldsymbol{J}_{\Delta,n}$项。因此，总信息量$\boldsymbol{J}_{\Delta}$随$N$线性增长，即关于共享参数$\Delta$的Fisher信息可分解为各链路Fisher信息之和。式（24）—（26）中的J_{Δ}是完整参数向量η的 Fisher

信息矩阵中 Δ 的对角元，$\alpha_{n,t}$ 已作为未知冗余参数计入 η。若需消除 $\alpha_{n,t}$ 的影响，应按式（33）的 Schur 补计算角度参数的有效信息。由于 Schur 补一般不能与逐站求和交换，$\boldsymbol{J}_{\Delta}$ 一般不等于 $\sum_{n=1}^{N} J_{\Delta,n}$；式（25）的累加性针对完整 Fisher 信息矩阵。上述结论以正交波形分离后各链路观测条件独立为前提；链路相关时 $\boldsymbol{F}$ 中会出现跨站交叉项，需建立联合协方差模型；模型失配时名义 Fisher 信息仅描述假设模型下的局部信息，实际误差还包含失配偏差。

该结果表明了 TC-PSM 模型在多基站协作下的信息累积优势：增加基站不仅增加了观测样本，更是直接增加了角度拓扑参数 Δ 的影响程度，从而能够有效降低估计误差下界。

2 问题描述

2.1 优化问题

本节旨在设计一种多基站协作的发射波束赋形方案，以在保障通信服务质量的同时，最大化系统对扩展目标的几何感知精度。该优化问题可描述为：

$$(\mathcal{P}1): \min_{\{\boldsymbol{W}_n\}} \operatorname{Tr}\left[\boldsymbol{F}^{-1}\left(\{\boldsymbol{W}_n\}\right)\right]_{\xi_\theta} \tag{27a}$$

$$\text{s.t.} \operatorname{SINR}_k\left(\{\boldsymbol{W}_{\mathrm{n}}\}\right) \geqslant \Gamma_k, \forall k \in K \tag{27b}$$

$$\operatorname{Tr}\left(\boldsymbol{W}_n \boldsymbol{W}_n^{\mathrm{H}}\right) \leqslant \boldsymbol{P}_{\max}, \forall n \in N \tag{27c}$$

其中，式（27）的优化变量为各基站的总发射波束矩阵 $\{\boldsymbol{W}_n\}_{n=1}^{N}$，其中 $\boldsymbol{W}_n$ 同时包含通信与感知分量；$[\,\cdot\,]_{\xi_\theta}$ 表示取角度参数 ξ_θ 对应的 CRB 子块，ξ_θ 与前文 ξ_{PSM} 指同一组角度参数。因此，式（27a）即最小化 $\operatorname{Tr}\left(\boldsymbol{C}_{\theta\theta}\right)$；式（27b）为确保用户通信的最低 SINR 阈值；式（27c）为逐基站总功率约束。

2.2 优化问题求解

式（27）属于典型的非凸优化问题，难以直接求解。为此，对原问题进行协方差域重构，并结合 Schur 补引理与半定松弛方法，将其转化为可处理的半定规划问题。为建立全局优化变量与第 n 个基站本地发射天线之间的映射关系，定义选择矩阵 $\boldsymbol{B}_n \in \mathbb{R}^{NM_{\mathrm{t}} \times M_{\mathrm{t}}}$ 为：

$$\boldsymbol{B}_n = \left[0_{M_{\mathrm{t}} \times M_{\mathrm{t}}}, \cdots, \boldsymbol{I}_{M_{\mathrm{t}} \times M_{\mathrm{t}}}, \cdots, 0_{M_{\mathrm{t}} \times M_{\mathrm{t}}}\right]^{\mathrm{T}} \tag{28}$$

其中单位矩阵仅置于第 n 个块位置。通过该矩阵的二次型投影映射，第 n 个基站的真实总发射协方差矩阵 $\boldsymbol{R}_n \in \mathbb{C}^{M_{\mathrm{t}} \times M_{\mathrm{t}}}$ 被重构为全局通信协方差矩阵 $\tilde{\boldsymbol{R}}_k = \tilde{\boldsymbol{w}}_k \tilde{\boldsymbol{w}}_k^{H} \in \mathbb{C}^{NM_{\mathrm{t}} \times NM_{\mathrm{t}}}$，第 k 个用户在各基站上的全局通信波束赋形向量为：$\tilde{w}_k = \left[\boldsymbol{w}_{1,k}^{\mathrm{T}}, \boldsymbol{w}_{2,k}^{\mathrm{T}}, \cdots, \boldsymbol{w}_{N,k}^{\mathrm{T}}\right]^{\mathrm{T}} \in \mathbb{C}^{NM_{\mathrm{t}} \times 1}$ 为），则在第 n 个基站发射天线上的投影结果与局部感知协方差矩阵 $\boldsymbol{R}_{\mathrm{s},n}$ 之和：

$$\boldsymbol{R}_n = \boldsymbol{B}_n^{\mathrm{T}}\left(\sum_{k=1}^{K} \tilde{\boldsymbol{R}}_k\right)\boldsymbol{B}_n + \boldsymbol{R}_{\mathrm{s},n} \tag{29}$$

借助此重构的变量体系，定义全局信道相关矩阵 $\tilde{\boldsymbol{H}}_k \triangleq \tilde{h}_k \tilde{h}_k^{H} \in \mathbb{C}^{NM_{\mathrm{t}} \times NM_{\mathrm{t}}}$。利用矩阵迹的性质 $\boldsymbol{x}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{A}\boldsymbol{x} = \operatorname{Tr}\left(\boldsymbol{A}\boldsymbol{x}\boldsymbol{x}^{\mathrm{H}}\right)$，接收信号功率可重写为：

$$\left\| \sum_{n=1}^{N} \boldsymbol{h}_{n,k}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{w}_{n,k} \right\|_{\mathrm{F}}^{2} = \operatorname{Tr}\left(\tilde{\boldsymbol{H}}_k \tilde{\boldsymbol{R}}_k\right) \tag{30}$$

则第 k 个通信用户真实的接收 SINR 可以被转化为关于协方差矩阵的线性仿射：

$$\operatorname{SINR}_k = \frac{\operatorname{Tr}\left(\tilde{\boldsymbol{H}}_k \tilde{\boldsymbol{R}}_k\right)}{\sum_{j \neq k}^{K} \operatorname{Tr}\left(\tilde{\boldsymbol{H}}_k \tilde{\boldsymbol{R}}_j\right) + \sum_{n=1}^{N} \operatorname{Tr}\left(\boldsymbol{B}_n^{\mathrm{T}} \tilde{\boldsymbol{H}}_k \boldsymbol{B}_n \boldsymbol{R}_{\mathrm{s},n}\right) + \sigma_k^2} \tag{31}$$

于是，约束 $\operatorname{SINR}_k \geqslant \Gamma_k$ 可等价改写为关于协方差矩阵的线性不等式：

$$\operatorname{Tr}\left(\tilde{\boldsymbol{H}}_k \tilde{\boldsymbol{R}}_k\right) \geqslant \Gamma_k\left(\sum_{j \neq k}^{K} \operatorname{Tr}\left(\tilde{\boldsymbol{H}}_k \tilde{\boldsymbol{R}}_j\right) + \sum_{n=1}^{N} \operatorname{Tr}\left(\boldsymbol{B}_n^{\mathrm{T}} \tilde{\boldsymbol{H}}_k \boldsymbol{B}_n \boldsymbol{R}_{\mathrm{s},n}\right) + \sigma_k^2\right) \tag{32}$$

其中 Γ_{k} 为 SINR 约束阈值。将 $\tilde{\boldsymbol{R}}_k = \tilde{\boldsymbol{w}}_k \tilde{\boldsymbol{w}}_k^{\mathrm{H}}$ 代入式（31）后，SINR 的分子、用户间干扰项和感知干扰项均为 $\left\{\tilde{\boldsymbol{R}}_k, \boldsymbol{R}_{\mathrm{s},n}\right\}$ 的线性函数，因此式（31）是线性约束。

基于上文的推导，FIM 的每个元素均为发射信号协方差的线性组合，因此 $\boldsymbol{F}$ 可显式表示为关于 $\boldsymbol{R}_n$ 的仿射函数。其中为了处理复杂的矩阵求逆运算，则需要利用 FIM 的分块结构提取有效信息。根据分块矩阵求逆，对应于角度参数 ξ_{PSM} 的有效 CRB 矩阵 $\boldsymbol{C}_{\theta\theta}$ 可表示为 Schur 补的逆：

$$\boldsymbol{C}_{\theta\theta} = \left(\boldsymbol{F}_{\theta\theta} - \boldsymbol{F}_{\theta\alpha} \boldsymbol{F}_{\alpha\alpha}^{-1} \boldsymbol{F}_{\theta\alpha}^{\mathrm{T}}\right)^{-1} \tag{33}$$

为了将最小化 $\operatorname{Tr}\left(\boldsymbol{C}_{\theta\theta}\right)$ 转化为凸优化形式，引入一个半正定辅助矩阵变量 $\boldsymbol{Z} \in \mathbb{C}^{(N+1)\times(N+1)}$，并将目标函数转化为最小化上界 $\operatorname{Tr}\left(\boldsymbol{Z}\right)$，同时满足约束 $\boldsymbol{Z} \geq \boldsymbol{C}_{\theta\theta}$。根据 Schur 补引理，对上式中的嵌套 Schur 补结构进行展开，可以得到如下线性矩阵不等式：

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{Z} & \boldsymbol{I}_{N+1} & 0 \\ \boldsymbol{I}_{N+1} & \boldsymbol{F}_{\theta\theta} & \boldsymbol{F}_{\theta\alpha} \\ 0 & \boldsymbol{F}_{\theta\alpha}^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{F}_{\alpha\alpha} \end{bmatrix} \succeq 0 \tag{34}$$

由于$\boldsymbol{F}_{\theta\theta}$、$\boldsymbol{F}_{\theta\alpha}$、$\boldsymbol{F}_{\alpha\alpha}$均为发射协方差矩阵$\boldsymbol{R}_n$的线性仿射函数，因此上式是关于优化变量$\boldsymbol{R}_n$、$\boldsymbol{Z}$的凸约束。目标函数中的FIM、通信用户的SINR约束以及基站发射功率约束，均依赖于发射信号的协方差矩阵。因此，可以通过变量代换重构优化问题。为了保证与原问题等价，需要对通信协方差施加秩一约束$\mathrm{rank}(\tilde{\boldsymbol{R}}_k)=1$。此时可以将优化问题写为：

$$(\mathcal{P}2): \min_{\{\boldsymbol{R}_{s,n}\},\{\boldsymbol{Z}\},\{\boldsymbol{R}_k\}} \mathrm{Tr}(\boldsymbol{Z}) \tag{35a}$$

$$\text{s.t.} \begin{bmatrix} \boldsymbol{Z} & \boldsymbol{I}_{N+1} & 0 \\ \boldsymbol{I}_{N+1} & \boldsymbol{F}_{\theta\theta} & \boldsymbol{F}_{\theta\alpha} \\ 0 & \boldsymbol{F}_{\theta\alpha}^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{F}_{\alpha\alpha} \end{bmatrix} \succeq 0 \tag{35b}$$

$$\mathrm{Tr}(\tilde{\boldsymbol{H}}_k\tilde{\boldsymbol{R}}_k) \geqslant \Gamma_k\left(\sum_{j\neq k}^{K}\mathrm{Tr}(\tilde{\boldsymbol{H}}_k\tilde{\boldsymbol{R}}_j)+\sum_{n=1}^{N}\mathrm{Tr}(\tilde{\boldsymbol{H}}_k\boldsymbol{R}_{\mathrm{s},n})+\sigma_k^2\right) \tag{35c}$$

$$\mathrm{Tr}\left(\boldsymbol{B}_n^{\mathrm{T}}\left(\sum_{k=1}^{K}\tilde{\boldsymbol{R}}_k\right)\boldsymbol{B}_n+\boldsymbol{R}_{\mathrm{s},n}\right)\leqslant \boldsymbol{P}_{\max}, \forall n\in N \tag{35d}$$

$$\tilde{\boldsymbol{R}}_k \succcurlyeq 0, \boldsymbol{R}_{\mathrm{s},n}\succcurlyeq 0, \forall n\in N \tag{35e}$$

$$\mathrm{rank}(\tilde{\boldsymbol{R}}_k)=1 \tag{35f}$$

至此，问题中唯一剩余的非凸性来源是通信发射协方差矩阵的秩一约束，即$\mathrm{rank}(\tilde{\boldsymbol{R}}_k)=1$。采用半定松弛技术，直接忽略该秩约束。此时，该优化是一个凸优化问题，可通过内点法求解工具（如CVX）获得全局最优解$\boldsymbol{R}_n^*$和$\boldsymbol{R}_k^*$，随后采用高斯随机化方法恢复秩一约束，具体步骤如下：

算法1：基于SDR与高斯随机的波束赋形算法

输入：信道矩阵集合$\boldsymbol{H}_k$；基站最大发射功率$P_{\max}$；通信门限Γ_k；高斯随机化次数N_{rand}

输出：通信波束向量$\boldsymbol{w}_{n,k}^*$；感知协方差矩阵$\boldsymbol{R}_{\mathrm{s},n}^*$

1. 求解半定松弛后的优化问题$(\mathcal{P}_2)$，得到最优松弛解$\tilde{\boldsymbol{R}}_k^*$、$\boldsymbol{R}_{\mathrm{s},n}^*$以及辅助变量$\boldsymbol{Z}^*$

2. if $\mathrm{rank}(\tilde{\boldsymbol{R}}_k^*)=1, \forall k\in\mathcal{K}$, then

3. 对每个$\tilde{\boldsymbol{R}}_k^*$进行特征值分解，恢复全局通信波束$\tilde{\boldsymbol{w}}_k^*$

4. 提取各基站对应的局部通信波束，$\boldsymbol{w}_{n,k}^*=\boldsymbol{B}_n^{\mathrm{T}}\tilde{\boldsymbol{w}}_k^*, \forall n\in\mathcal{N}, \forall k\in\mathcal{K}$

5. else

6. 对每个$\tilde{\boldsymbol{R}}_k^*$作特征值分解$\tilde{\boldsymbol{R}}_k^*=\boldsymbol{U}_k\boldsymbol{\Sigma}_k\boldsymbol{U}_k^{\mathrm{H}}$

7. for $l=1,2,\cdots,N_{\mathrm{rand}}$，do

8. 生成独立复高斯随机向量$\mathbf{r}_k^{(l)}\sim\mathcal{CN}(0,\boldsymbol{I})$

9. 构造第l组候选全局通信波束$\tilde{\boldsymbol{w}}_k^{(l)}=\boldsymbol{U}_k\boldsymbol{\Sigma}_k^{1/2}\boldsymbol{r}_k^{(l)}, \forall k\in\mathcal{K}$；

10. 提取第l组候选局部通信波束$\boldsymbol{w}_{n,k}^{(l)}=\boldsymbol{B}_n^{\mathrm{T}}\tilde{\mathbf{w}}_k^{(l)}, \forall n\in\mathcal{N}, \forall k\in\mathcal{K}$；

11. 将$\boldsymbol{w}_{n,k}^{(l)}$与$\boldsymbol{R}_{\mathrm{s},n}^*$代入式(35b)和式(35c)，检验第$l$组候选解是否满足通信约束和逐基站发射功率约束；

12. end if

13. 输出$\boldsymbol{w}_{n,k}^*$和$\boldsymbol{R}_{s,n}^*$；

对于给定的半定松弛问题，设定决策变量总数为$m=NM_{\mathrm{t}}^2+1$，系统中包含$Q=NK+N+1$个线性矩阵不等式约束，设各约束维度为d_q，最大维度$d_{\max}=\max\{M_{\mathrm{t}},N+1\}$，则求解该问题的总迭代次数上界[24]为$\mathcal{O}\left(\sqrt{\sum_{q=1}^{Q}dq}\lg(1/\epsilon)\right)$，其中$\epsilon$为求解精度。每次迭代需构造并求解Schur补系统，其单步计算复杂度为$\mathcal{O}\left(m\sum_{q=1}^{Q}d_q+m^2\sum_{q=1}^{Q}d_q+m^3\right)$，则该问题复杂度上限为$\mathcal{O}\left(\sqrt{Qd_{\max}}\lg(1/\epsilon)\left(m^3+\mathrm{m}^2Qd_{\max}+mQd_{\max}^2\right)\right.$,对于算法1，首先在随机化循环外的复杂度为$\mathcal{O}(KN^3M_{\mathrm{t}}^3)$，$R$次高斯随机化采样复杂度为$\mathcal{O}(KN^2M_{\mathrm{t}}^2)$，验证约束复杂度为$\mathcal{O}(K^2NM_{\mathrm{t}})$。综上，该过程的总计算复杂度为：$\mathcal{O}\left(KN^3M_{\mathrm{t}}^3+RKNM_{\mathrm{t}}(NM_{\mathrm{t}}+K)\right)$。

2.3　分层搜索策略

前文所述的联合波束成形优化依赖于目标中心角度$\bar{\theta}_n$的先验信息。然而，在实际感知的启动场景中，目标位置完全未知。因此，本文提出了一种基于动态置信度的分层级联搜索方案。该方案通过构建变步长搜索网格以降低计算复杂度，并引入SINR自适应评分函数以解决离散网格在高SINR下的过拟合问题。首先，为了解决全域高精度搜索带来的维数问题，构建了由粗到细的Z层级联搜索架构。首先将第$z(\forall z=1,\cdots,Z)$层的候选位置集合$\mathcal{P}_z$定义为：

$$\mathcal{P}_z=\begin{cases}\{p\in\Omega\,|\,p\in\mathrm{Grid}(\Omega,\delta_1)\}, z=1\\ \{p\in\Omega\,|\,/\!/\,p-\hat{p}_{z-1}\,/\!/\leqslant\delta_z,\mathrm{Grid}(\delta_z)\}, z>1\end{cases} \tag{36}$$

其中，Ω表示全域搜索空间；Grid为网格点集合；$\hat{p}_{z-1}$表示上一层的最佳估计位置；δ_z表示第z层的

网格步长。具体而言，第1层在全域范围内采用大步长δ_1进行稀疏扫描以快速锁定感兴趣区域。随后，每一层的网格步长δ_z呈几何级数减小,即：

$$\delta_z = \delta_1 / r^{z-1}, z = 1,2,\cdots,Z \tag{37}$$

其中r为缩放因子，第一层网格需确保主瓣覆盖范围内至少存在一个网格点，即δ_1不超过主瓣半宽的两倍。根据文献[31]得出半功率波束宽度为：$\theta_{\mathrm{HP}} \approx 0.886\frac{\lambda}{M_{\mathrm{r}}d}$。

假设分层搜索的总层数为Z，MUSIC算法的角度扫描网格数为N_{scan}。在第$z \geqslant 2$层的搜索中，所提的分层搜索算法仅在上一层估计点的一个局部邻域内评估D个候选点，各假设分别通过第2层至第z层进行独立细化。最终，从所有假设中选取综合评分最高的假设作为输出结果。因此，目标定位问题的总体计算复杂度可以近似表示为$\mathcal{O}\left(Z \cdot D\left(M_{\mathrm{r}}^3 + N_{\mathrm{scan}}M_{\mathrm{r}}^2 + QM_{\mathrm{r}}^2\right)\right)$。相比之下，传统的全局穷举搜索算法的计算复杂度源于在整个目标区域$V_{\mathrm{x}} \times V_{\mathrm{y}}$内以最终分辨率$\delta_{\mathrm{final}}$进行高密度的网格遍历。其所需的空间采样点总数呈平方级增长，因此传统算法的计算复杂度可近似为$\mathcal{O}\left(\frac{V_{\mathrm{x}}V_{\mathrm{y}}}{\delta_{\mathrm{final}}^2} \cdot \left(M_{\mathrm{r}}^3 + N_{\mathrm{scan}}M_{\mathrm{r}}^2 + QM_{\mathrm{r}}^2\right)\right)$。

为了在离散网格搜索中克服量化误差并实现目标锁定，本文提出了一种包含物理探测、综合评估与状态更新的三阶段处理机制。对于第z层候选集合$\mathcal{P}_z$中的任意位置p，系统首先建立从空间域到角域的几何关系映射：根据接收阵列中心$(x_{\mathrm{RX}},y_{\mathrm{RX}})$与候选位置计算理论导向矢量对应的几何角度$\theta_{\mathrm{geo}}(p)$：

$$\theta_{\mathrm{geo}}(p) = \arctan\left(\frac{y_p - y_{\mathrm{RX}}}{x_p - x_{\mathrm{RX}}}\right) \tag{38}$$

对于搜索区域内的任意候选位置p，根据N个发射基站、协作接收站的已知坐标及阵列朝向，计算其对应的发射角$\theta_n(p)$和接收角$\phi(p)$，并据此生成发射波束。随后，利用回波协方差矩阵进行MUSIC角度估计，将估计接收角与$\phi(p)$进行一致性检验，并结合候选位置对应的功率响应完成排序和逐层细化。即使不同候选位置具有相同或相近的接收角，其相对于两个发射基站的发射角通常不同，因此可通过联合几何映射和功率响应加以区分。随后，接收机基于该几何角度生成接收波束$\boldsymbol{w}_{\mathrm{rx}}(\theta_{\mathrm{geo}})$，并对包含噪声的实际回波信号$\boldsymbol{y}_{\mathrm{obs}}$进行滤波。为了量化候选位置的信号强度，定义接收能量响应$E(p)$为：

$$\begin{aligned}\boldsymbol{E}(p) &= \left\| \boldsymbol{w}_{\mathrm{rx}}^{\mathrm{H}}\left(\theta_{\mathrm{geo}}(p)\right)\boldsymbol{Y}_{\mathrm{obs}} \right\|_{\boldsymbol{F}}^2 \\ &= \left| \boldsymbol{w}_{\mathrm{rx}}^{\mathrm{H}}\left(\theta_{\mathrm{geo}}(p)\right)\boldsymbol{y}_l \right|^2 = \boldsymbol{w}_{\mathrm{rx}}^{\mathrm{H}}\left(\theta_{\mathrm{geo}}(p)\right)\boldsymbol{R}_y\boldsymbol{w}_{\mathrm{rx}}\left(\theta_{\mathrm{geo}}(p)\right)\end{aligned} \tag{39}$$

单纯依赖能量响应$\mathrm{E}(p)$进行评估存在局限性：在低SINR下容易受噪声干扰，而在高SINR下，离散网格点又无法精确对准波束中心，易因旁瓣的相位偶然对齐而产生虚假高评分。为此，构建了SINR自适应评分函数$S(p)$，通过引入相位相干性代价来约束能量检测：

$$\mathrm{S}(p) = 10\lg\mathrm{E}(p) - \beta(\gamma) \cdot \mathrm{L}_{\mathrm{MUSIC}}(p) \tag{40}$$

其中，$\mathrm{L}_{\mathrm{MUSIC}}(p)$为相位相干性代价，利用Root-MUSIC算法从回波中估计真实到达角$\hat{\theta}_{\mathrm{est}}$，并计算其与几何角度的偏差：

$$\mathrm{L}_{\mathrm{MUSIC}}(p) = |\hat{\theta}_{\mathrm{est}} - \theta_{\mathrm{geo}}(p)| \tag{41}$$

此外设计了惩罚因子$\beta(\mathrm{SINR}_k) = \eta \cdot \mathrm{SINR}_k$，其中$\eta$为SINR惩罚系数，控制相位相干性在评分函数中的权重缩放比例。该评分机制使评估函数具备SINR自适应特性，即当SINR较低时，$\beta(\mathrm{SINR}_k)$趋近于零，评分函数近似退化为$\mathrm{E}(p)$的单调增函数，搜索过程以能量积分为主导，从而在低信噪比条件下维持对目标的检测能力；当SINR较高时，$\beta(\mathrm{SINR}_k)$显著增大，$\mathrm{L}_{\mathrm{MUSIC}}(p)$对候选点评分的抑制作用增强，旁瓣区域中能量虽高但相位几何失配较大的候选点将被有效剔除，搜索结果收敛至真实目标位置的邻域。在获得所有候选点的综合评分后，算法执行状态更新，选取当前层级的最佳估计位置：

$$\hat{p}_z = \mathrm{argmax}_{p \in P_k}\mathrm{S}(p) \tag{42}$$

通过多层级联迭代，该策略并不追求消除所有的几何量化误差，而是确保最终输出位置的偏差被严格限制在物理波束宽度的容限内。因此，算法的收敛判据包含两个层面：（1）位置稳定性判据：当某假设在连续两层搜索中位置相同$(\hat{p}_z = \hat{p}_{z-1})$，或在连续三层搜索中位置变化均小于波束主瓣宽度时，判定该假设的位置估计已稳定。（2）信号检测判据：估计位置处的接收功率需超过噪声底限，确认该位置存在有效信号而非纯噪声，两个判据须同

时满足方可标记为收敛。

3　系统仿真

本节通过数值仿真验证所提TC-PSM模型与波束成形算法的有效性。本文仿真结果主要对应于准静态信道、理想同步和正交波形条件下的理论基准性能，重点用于验证TC-PSM的多视角建模增益。仿真考虑一个双基站协作的下行链路ISAC系统,系统包含N=2个发射基站和1个协作接收站。具体仿真参数如表1所示，每个发射基站配备$M_t = 20$根ULA天线，接收站配备$M_r = 60$根ULA天线。系统同时服务$K = 2$个单天线通信用户，其信道遵循莱斯因子κ=10的莱斯衰落模型，SINR阈值设为Γ = 10 dB。两个发射基站BS-1和BS-2分别位于(-60 m, 50 m)和(30 m, 40 m),协作接收站位于(10 m, -60 m)。对于扩展目标，假设其中心位置为(8 m, 15 m)（对发射机未知），包含$T = 4$个主散射体。接收噪声功率归一化为$\sigma^2 = 0\ dBm$。单基站功率发射上限为P_{max}，多基站场景中每个基站的发射功率上限为P_{max}/N。分层搜索算法的候选点D设置为5，SINR自适应系数η设定为0.1。所有统计结果均基于1000次独立的蒙特卡洛实验平均所得。定义均方根克拉美罗下界(root cramér – rao bound, RCRB)为：$RCRB = \sqrt{\mathrm{Tr}\left(\boldsymbol{C}_{\theta\theta}\right)}$。

图2展示了目标角度拓扑参数Δ对感知精度及波束覆盖效率的影响。仿真结果展示了双边约束效应，这表明感知性能并非随Δ单调提升，而是受到空间可分性与能量覆盖度的双重制约。基于此现象，在算法验证中需确保至少百分之五十的波束覆盖效率，因此本次仿真选取Δ = 6° 作为参数。

表 1　仿真参数设置

参数	取值
发射基站数 N	2
协作接收基站数	1
发射天线数 M_t	20
接收天线数 M_r	60
单天线通信用户数 K	2
主散射中心数 T	4
莱斯因子 κ	10
用户SINR门限 Γ	10 dB
接收噪声功率（归一化）	1（0 dB）
目标等效横向孔径对应的角度扩展	6°
分层搜索候选点数 D	5
SINR 自适应系数 η	0.1
快拍数 L；	800
层数 Z；	6
缩放因子 r	2
蒙特卡罗次数	1000

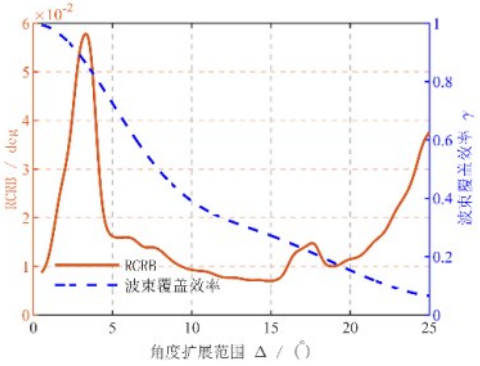
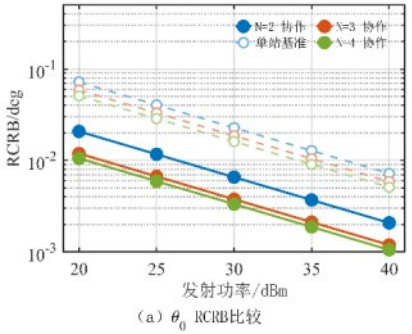
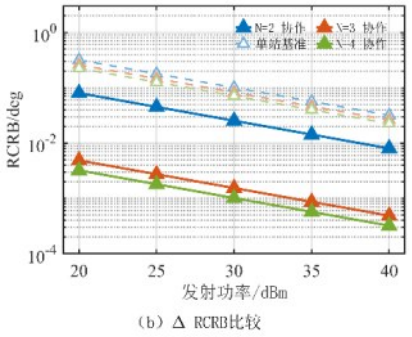


图2　拓展参数Δ的耦合影响



（a）θ_0 RCRB比较



（b）Δ RCRB比较

图3　PSM模型的单基站与多基站对比

图3对比了单基站与多基站协作模式下的感知精度。为保证公平性，单基站和多基站场景采用相同的总发射功率预算，且基于各自对应的系统规模和信道特性，分别独立求解联合波束赋形优化问题。观察仿真结果可发现，随着发射功率从20 dBm增加至40 dBm，三种场景下的RCRB均呈现

出预期的对数递减趋势。然而，多基站协作系统在全功率区间内的感知精度均存在数量级上的跃升，优于任意单一基站。

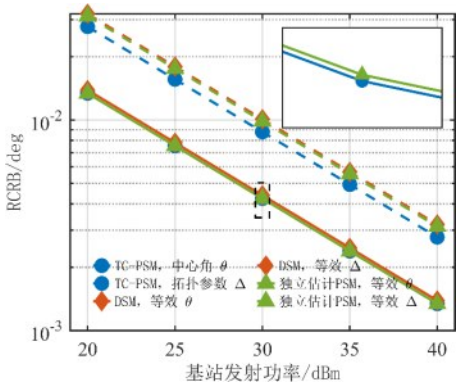


图4　多基站下DSM模型与PSM模型性能对比

图4给出了散射点数 T=4、$\Delta = 6^{\circ}$ 时，不同参数模型下中心角 θ 和拓扑参数 Δ 的RCRB随基站发射功率的变化。随着发射功率由20 dBm增大至40 dBm，各模型的RCRB均单调下降约一个数量级。发射功率为30 dBm时，TC-PSM的 θRCRB较DSM降低约3.5%，其与独立估计PSM的结果基本重合；对于拓扑参数 Δ，TC-PSM的RCRB较独立估计PSM和DSM分别降低约11.0%和13.0%。这表明TC-PSM的主要优势在于利用不同基站间共享的拓扑参数实现信息积累，从而提高拓扑参数的估计精度。

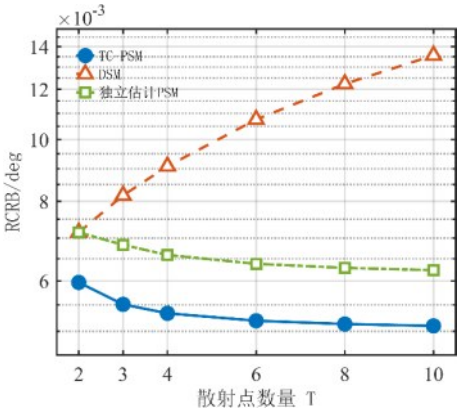


图5　多基站下DSM模型与PSM散射点影响

图5进一步比较了不同散射点数下TC-PSM、独立估计PSM和DSM的RCRB性能。随着 T 增大，TC-PSM始终获得最低的RCRB，独立估计PSM的性能介于TC-PSM与DSM之间。当 T=2时，独立估计PSM与DSM均包含4个有效角度参数，因而二者结果重合；随着 T 增大，DSM的参数维数由4增大至20，其RCRB明显上升。当 T=10时，TC-PSM的RCRB较独立估计PSM和DSM分别降低约18.3%和62.4%。上述结果验证了TC-PSM在拓扑一致假设近似成立时，能够避免参数维数随散射点数增长，并在复杂散射环境下保持较好的感知性能。

图6比较了真实目标位置和分层搜索估计位置用于波束设计时的理论角度RCRB。两条曲线较为接近，说明在本文仿真条件下，搜索位置误差对后续波束设计对应的理论角度感知性能影响较小。该结果只反映两种波束设计条件下理论RCRB计算结果的一致性，不能直接证明实际定位误差达到理论下界。

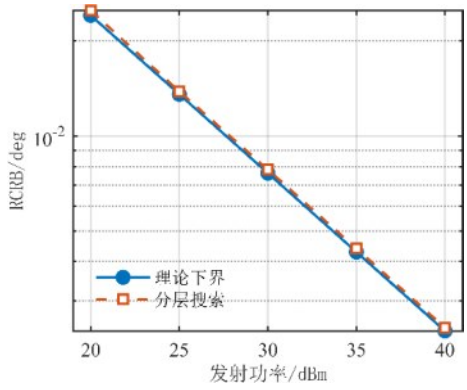


图6　理论下界和分层搜索的RCRB对比

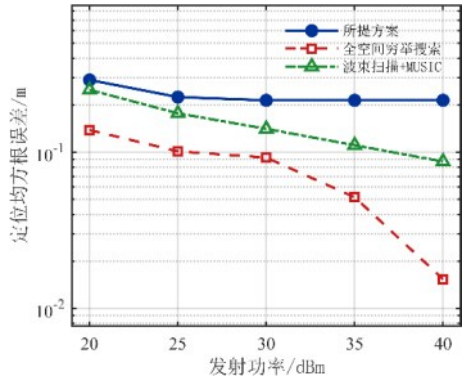


图7　不同搜索算法对比

图7比较了不同定位方法的实际定位均方根误差。在20 – 40 dBm内，所提分层搜索的误差由0.29 m降至0.215 m并趋于饱和；全空间穷举搜索由0.14 m降至0.015 m，但需要 4.91×10^{5} 次候选点评估，约为所提方法的818倍；波束扫描+MUSIC交会由0.25 m降至0.087 m，需要3603次测量。所提方法以约0.2 m的定位误差换取候选点评估次数约800倍的降低；其误差在高功率段不再随功率明

显下降，该现象说明，在高信噪比条件下，定位误差的主要限制因素由噪声逐渐转变为候选网格分辨率、搜索终止条件以及综合评分函数的离散化误差。

4 结束语

本文研究了面向扩展目标的多基站协作ISAC系统。针对多基站场景下的参数维数问题，提出了一种基于拓扑一致性的多基站协作PSM框架，通过共享目标的角度拓扑参数Δ来实施几何正则化。理论推导证明，该模型能实现Fisher信息的系统化累积。此外，设计了波束成形算法及高效分层搜索方法。仿真结果证实，所提方案不仅在理论下界上优于传统DSM模型，且在实际搜索中能以较低的测量开销达到接近理论值的性能。值得注意的是，本文模型的拓扑一致性约束基于刚性扩展目标和完美已知CSI假设；当目标出现非刚性散射或CSI非完美已知时，模型失配将导致拓扑增益和波束赋形性能下降。但所提模型考虑理想正交条件下的最优性能，可作为实际系统性能的基准。针对非刚性多目标、快时变信道及CSI非完美已知条件下的建模与鲁棒优化，将作为后续工作重点。

参考文献：

[1] WEI Z Q, QU H Y, WANG Y, et al. Integrated sensing and communication signals toward 5G-A and 6G: A survey[J]. IEEE Internet of Things Journal, 2023, 10(13): 11068-11092.

[2] 徐金雷, 赵俊渥, 卢华兵, 等. 面向6G的多维扩展通感一体化研究综述[J]. 电子与信息学报, 2024，46(5)：1672-1683.
XU J L, ZHAO J S, LU H B, et al. A survey on multidimensional extended integrated sensing and communication for 6G[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2024, 46(5): 1672-1683.

[3] LIU F, CUI Y, MASOUROS C, et al. Integrated sensing and communications: Toward dual-functional wireless networks for 6G and beyond[J]. IEEE journal on selected areas in communications, 2022, 40(6): 1728-1767.

[4] 吴子君, 张海君, 马旭, 等. 6G通感算一体化体系架构与关键技术[J]. 电子与信息学报, 2025,47(4)：876-887.
WU Z J, ZHANG H J, MA X, et al. Architecture and key technologies of integrated sensing, communication and computing for 6G [J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2025, 47(4): 876-887.

[5] HUA H, XU J, HAN T X. Optimal transmit beamforming for integrated sensing and communication[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2023, 72(8): 10588-10603.

[6] BAZZI A, CHAFII M. On outage-based beamforming design for dual-functional radar-communication 6G systems[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2023, 22(8): 5598-5612.

[7] WANG Y, TAO M, SUN S. Cramér-Rao bound analysis and beamforming design for integrated sensing and communication with extended targets[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2024, 23(11): 15987-16000.

[8] WEI Z, XU R, FENG Z, et al. Symbol-level integrated sensing and communication enabled multiple base stations cooperative sensing[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2023, 73 (1): 724-738.

[9] ATTIAH K M, YU W. Beamforming design for integrated sensing and communications using uplink-downlink duality[C]//2024 IEEE International Symposium on Information Theory (ISIT). IEEE, 2024: 2808-2813.

[10] MENG K T, MASOUROS C, CHEN G J, et al. Network-level integrated sensing and communication: Interference management and BS coordination using stochastic geometry[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2024, 23(12): 19365-19381.

[11] CHENG G Y, XU J. Coordinated transmit beamforming for multi-antenna network integrated sensing and communication[C]. IEEE International Conference on Communications, Rome, Italy, 2023: 3528-3533.

[12] JIANG W, WEI Z, LIU F, et al. Collaborative precoding design for adjacent integrated sensing and communication base stations [J]. IEEE Internet of Things Journal, 2023, 11(9): 15059-15074.

[13] MENG K T, MASOUROS C, PETROPULU A P, et al. Cooperative ISAC networks: Opportunities and challenges[J]. IEEE Wireless Communications, 2025, 32(3): 212-219.

[14] WEI Z Q, JIANG W J, FENG Z Y, et al. Integrated sensing and communication enabled multiple base stations cooperative sensing towards 6G[J]. IEEE Network, 2024, 38(4): 207-215.

[15] NIU Y, WEI Z, MA D, et al. Interference management in MIMO-ISAC systems: A transceiver design approach[J]. IEEE Transactions on Cognitive Communications and Networking, 2024, 11(3): 1762-1775.

[16] HUA H C, HAN T X, XU J. MIMO integrated sensing and communication: CRB-rate tradeoff[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2023, 23(4): 2839-2854.

[17] SONG X X, HAN T X, XU J. Cramer-Rao Bound Minimization for IRS-Enabled Multiuser Integrated Sensing and Communication with Extended Target[C]. IEEE International Conference on Communications, Rome, Italy, 2023: 5725-5730.

[18] DU Z, LIU F, ZHANG Z H. Sensing-Assisted Beam Tracking in V2I Networks: Extended Target Case[C]. IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing, Marina Bay Sands Expo & Convention Center, Singapore, 2022: 8727-8731.

[19] VALLISNERI M. Use and abuse of the Fisher information matrix in the assessment of gravitational-wave parameter-estimation prospects[J]. Physical Review D—Particles, Fields, Gravitation, and

Cosmology, 2008, 77(4): 042001.

[20] DU Z, LIU F, YUAN W, et al. Integrated sensing and communications for V2I networks: Dynamic predictive beamforming for extended vehicle targets[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2022, 22(6): 3612-3627.

[21] SHI Q, LIU L, ZHANG S W, et al. Device-Free sensing in OFDM cellular network[J]. IEEE Journal on Selected Areas in Communications, 2022, 40(6): 1838-1853.

[22] HOU K, ZHANG S. Optimal beamforming for secure integrated sensing and communication exploiting target location distribution [J]. IEEE Journal on Selected Areas in Communications, 2024, 42 (11): 3125-3139.

[23] LIU R, SWINDLEHURST A L, LI M. CRB Optimization Using a Parametric Scattering Model for Extended Targets in ISAC Systems[C]. IEEE International Radar Conference, Atlanta, GA, USA, 2025: 1-6.

[24] CHEN J, CHEN Q K, DENG Y S, et al. Cramér‐Rao Bound Minimization for a Passive Sensing Multi-ISAC System[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2025, 74(8): 12253-12258.

[25] SARDELLITTI S, BARBAROSSA S. Topological signal processing over generalized cell complexes[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2024, 72: 687-700.

[26] BARBAROSSA S, SARDELLITTI S. Topological signal processing: Making sense of data building on multiway relations[J]. IEEE Signal Processing Magazine, 2020, 37(6): 174-183.

[27] DAI Q, ZHANG G, XUE B, et al. Multi-view visual and topological features coordination aggregation framework for SAR target recognition[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2025.

[28] WANG Z H, WONG V W S. Cooperative ISAC for Localization and Velocity Estimation Using OFDM Waveforms in Cell-Free MIMO Systems[C]. IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing, Hyderabad, India, 2025: 1-5.

[29] BUZZI S, D'ANDREA C, LIESEGANG S. Scalability and Implementation Aspects of Cell-Free Massive MIMO for ISAC[C]. The 19th International Symposium on Wireless Communication Systems, Rio de Janeiro, Brazil, 2024: 1-6.

[30] WANG K Y, So A M C, CHANG T H, et al. Outage constrained robust transmit optimization for multiuser MISO downlinks: Tractable approximations by conic optimization[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2014, 62(21): 5690-5705.

[31] NIU Y, WEI Z, WANG L, et al. Interference management for integrated sensing and communication systems: A survey[J]. IEEE Internet of Things Journal, 2024, 12(7): 8110-8134.